

Hilfen zur Informationsbeschaffung im Rahmen von Inventuren

von Prof. Dr. Thomas Knoke, Fachgebiet für Waldinventur und nachhaltige Nutzung der TU München

Jede Art von Planung setzt geeignete Informationen voraus. Im Folgenden werden daher wichtige Aspekte der Informationsbeschaffung im Rahmen der Forsteinrichtung erörtert sowie Vorschläge zur Anlage, Durchführung und Auswertung einer aussagekräftigen Waldinventur gemacht. Betriebsweise Inventuren sind in der Regel erst ab einer Betriebsgröße von 500 Hektar sinnvoll. Von daher spielen in den Körperschaftswäldern bestandsweise Inventuren (Nr. 1) eine größere Rolle als betriebsweise Inventuren (Nr. 2). Stichprobenverfahren¹ weisen gegenüber Vollerhebungen entscheidende Vorteile auf. Im Prinzip sind Stichproben auf der Ebene einzelner Bestände, größerer Befundeinheiten und auf ganze Betriebe anwendbar. Eine Beschreibung der wichtigsten Stichprobenverfahren erfolgt deshalb in einem eigenen Abschnitt (Nr. 3).

1. Bestandsweise Inventur

Die bestandsweise Inventur liefert Informationen über die im Rahmen des Bestands ausgeschiedenen Bestände. Insbesondere im Rahmen der Vornutzung kann es sinnvoll sein, größere Planungseinheiten als die Bestände auszuscheiden (z. B. Bestandesformengruppen innerhalb von Nutzungsarten). Je größer die Planungseinheiten sind, desto höher müssen die Genauigkeitsanforderungen sein. Bei vielen kleinen Planungseinheiten muss dagegen in jeder einzelnen Planungseinheit keine so hohe Genauigkeit erzielt werden, da es zwischen den einzelnen Planungseinheiten zu einem Fehlerausgleich in Bezug auf den Gesamtbetrieb kommt.

Die Inventur muss daher grundsätzlich auf die *vorher ausgeschiedenen Planungseinheiten* (Befundeinheiten) ausgerichtet werden. Der Gesamtfehler der Vorraterhebung für den Forstbetrieb sollte $\pm 5\%$ nicht übersteigen (zur Fehlerkalkulation vgl. Nr. 5.3.3).

¹ Stichproben kann man im Sinne der Waldinventur als objektive Teilaufnahmen von Waldflächen definieren, die von der Stichprobentheorie her abgesichert sind und eine repräsentative Erfassung der Waldflächen erlauben.

Besonders wichtig sind quantitative Erhebungen (Messungen) in den zur Verjüngung anstehenden Planungseinheiten, da diese einen Großteil des hiebsreifen Holzes enthalten. Fehleinschätzungen der Vorratshöhe und Durchmesserstruktur in den Verjüngungsnutzungen (VJ) wirken sich unmittelbar auf das Betriebsergebnis aus. In den Verjüngungsnutzungen sind deshalb Repräsentativaufnahmen als Stichprobenerhebungen mit Kluppungen auf repräsentativen Probeflächen vorzusehen. Bei kleineren oder sehr heterogenen Partien kann auch eine Vollkluppung effizient sein. Im Falle der Durchführung von Winkelzählproben sollten die Durchmesser der Probebäume erhoben werden.

Auch Altdurchforstungs-Bestände (AD) tragen häufig einen großen Teil zum betrieblichen Holzvorrat bei. Hier sind ebenfalls Repräsentativaufnahmen vorzunehmen. Bei Anwendung der Winkelzählprobe kann jedoch auf Kluppungen verzichtet werden. Gegenüber den Erhebungen in den Verjüngungsnutzungen sind höhere Fehler tolerabel.

In Beständen der Jungbestandspflege und der Jungdurchforstung ist die Ermittlung der Zustandsgrößen mit Hilfe der Ertragstafeln ausreichend. Zur Einschätzung der Holzanfälle sollen in den JD-Beständen generell Probeauszeichnungen durchgeführt werden. Einen Überblick über die Anforderungen an die bestandsweise Inventur gibt Nr. 2.1.2.9.1 der Richtlinie.

2. Betriebsweise Inventur

Im Rahmen von betriebsweisen Inventuren werden Informationen für die Betriebsebene und nicht für einzelne Bestände gewonnen. Das ermöglicht eine geringere Stichprobendichte. Der dabei in der Regel gewonnene finanzielle Spielraum kann für eine genauere Informationserhebung durch Messungen genutzt werden.

Betriebsweise Inventuren sollten immer mit Strukturhebungen, insbesondere mit der Messung der Durchmesser der Probebäume, einhergehen. Während sich dies bei Verwendung von Probekreisverfahren automatisch ergibt, ist die Durchmessererhebung bei Winkelzählproben nicht zwingend. Sie sollte aber im Rahmen

einer betriebsweisen Inventur durchgeführt werden. Betriebsweise Inventuren bieten sich insbesondere dann an, wenn Zuwachserhebungen im Rahmen wiederholter Inventuren durchgeführt werden sollen. Der Nachteil betriebsweiser Inventuren ist allerdings, dass die gewonnenen Informationen nur in relativ grober räumlicher Auflösung vorliegen. Ein Bestandesbezug ist nur herstellbar, wenn eine ausreichende Stichprobenanzahl in einen Bestand fällt.

2.1 Temporäre Stichprobeninventur

Im Rahmen der temporären Stichprobeninventur werden die Probeflächen nicht gekennzeichnet. Die Kosten für die Anlage der Probeflächen sind im Vergleich zur permanenten Inventur niedriger, weil keine Markierung bzw. Einmessung der Probebäume erforderlich ist. Wiederholungsaufnahmen finden auf anderen, neu ausgewählten Probeflächen statt. Im Vergleich zur permanenten Stichprobeninventur senkt dies die zu erwartende Genauigkeit im Rahmen der Quantifizierung betrieblicher Veränderungen, wie z. B. im Falle der Messung von Vorratsveränderungen (vgl. Nr. 5.3.3, Abschnitt: Fehlerkalkulation bei Wiederholungsaufnahmen).

2.2 Permanente Stichprobeninventur

Die permanente Stichprobeninventur wurde konzipiert, um den laufenden periodischen Zuwachs möglichst genau ermitteln zu können. Die Mittelpunkte der Probeflächen werden mit Hilfe vergrabener Metallrohre oder mit Magneten markiert, so dass sie exakt wieder auffindbar sind. Die Position jedes ausgewählten Probebaumes wird mit Hilfe des Winkels gegen Nord und der Entfernung vom Stichprobenmittelpunkt aus eingemessen, sofern dieser den vorab festgelegten Mindestdurchmesser erreicht hat. Damit können die Probebäume im Rahmen der Wiederholungsinventur erneut bestimmt und gemessen werden. Die verdeckte Markierung ist erforderlich, um eine abweichende waldbauliche Behandlung der Stichprobenflächen auszuschließen.

Eine sehr präzise Zuwachsmessung ist nur möglich, wenn ein hoher Anteil der bei der Erstinventur markierten Bäume im Rahmen der Wiederholungsinventur ein zweites Mal gemessen werden kann. Bei zu langen Wiederholungsintervallen, umfangreichen Erntemaßnahmen oder flächigen Schadereignissen sind daher sehr

exakte Zuwachsmessungen auch mit Hilfe permanenter Probeflächen nicht mehr möglich.

Das Verfahren der permanenten Betriebsinventur ist relativ aufwändig und damit teuer. Um Kosten zu sparen, könnten wenige permanent markierte Flächen zur Zuwachsermittlung angelegt werden, die durch temporäre Flächen ergänzt werden. Die temporären Flächen würden einer exakten Zustandserfassung dienen und müssten in ihrer Dichte dem Informationsbedarf angepasst werden. Demnach wären weniger Flächen in junge Beständen und mehr Flächen in erntereife Althölzer zu legen.

3. Stichprobenerhebungen

Da Stichprobenerhebungen bei forstlichen Inventuren mittlerweile Standard sind, wird im Folgenden ein Überblick über die wichtigsten Grundlagen der Stichprobentheorie gegeben. Eine Erläuterung der gängigen Verfahren findet sich auch in Zöhler (1980) sowie Kangas und Maltamo (2006).

3.1 Lage der Probeflächen bei Stichprobenerhebungen

Da bei Stichprobenerhebungen nur ein kleiner Teil der Grundgesamtheit aufgenommen wird, spielt die repräsentative Auswahl der Probeflächen eine wichtige Rolle. Es muss gewährleistet sein, dass durch die Stichproben nicht nur ein begrenzter Ausschnitt sondern die gesamte Bandbreite der Grundgesamtheit (also der jeweiligen Planungseinheit) repräsentiert wird.

Grundsätzlich basiert die Stichprobentheorie auf der Annahme, dass die Probeflächen zufällig ausgewählt werden. Die Auswahl einer Probefläche sollte die Lage der anderen Probeflächen nicht beeinflussen. Dies ist im Fall der am häufigsten angewandten systematischen Auswahl der Probeflächen nicht gewährleistet. Wird eine Probefläche angelegt, kann die Lage der übrigen Flächen nicht mehr frei variieren, sondern ist bereits festgelegt.

Wichtig ist eine objektive Auswahl und Markierung der Lage der Probeflächen auf einer Karte, bevor man sich ins Gelände begibt. Hierfür sind verschiedene Verfahren denkbar (siehe unten). Die auf der Karte markierten Mittelpunkte der

Probeflächen müssen schließlich im Gelände möglichst genau mit Maßband (Fadenmessgerät) und Kompass eingemessen werden. Eine willkürliche Auswahl der Lage der Probeflächen im Gelände sollte unterbleiben, da man unterbewusst diejenigen Flächen bevorzugen würde, die am leichtesten zu messen sind. Dieses Vorgehen würde entsprechend zu Verzerrungen führen.

Systematische Auswahl der Lage der Probeflächen

Die systematische Auswahl von Probeflächen ist das am häufigsten angewandte Vorgehen im forstlichen Bereich. Es hat den großen Vorteil, dass eine sehr gleichmäßige Abdeckung der Planungseinheit erreicht wird. Zur Durchführung einer systematischen Auswahl der Probeflächen wird ein regelmäßiges Gitternetz über eine Karte des Betriebes gelegt. Es bietet sich an, ein Raster zu verwenden, das ggf. eine Verdichtung der Probeflächen erlaubt.

Liegt eine zufällige Verteilung des zu erhebenden Merkmals (z. B. des Holzvorrates) vor, führt die systematische Auswahl bei identischer Stichprobendichte zu einer etwas höheren Genauigkeit als eine zufällige Auswahl der Lage der Probeflächen. Darüber hinaus ist die Verteilung der Probeflächen auf der Karte einfach durchzuführen und der Einmessaufwand im Gelände ist in der Regel geringer.

Eine systematische Auswahl der Probeflächen kann aber auch nachteilig sein: Bei einer regelmäßigen oder geklumpten Verteilung des zu erhebenden Merkmals kommt es zu deutlich größeren Fehlern als bei einer zufälligen Verteilung der Probeflächen. Zieht sich z. B. die Fläche einer Planungseinheit über Hügel (niedrigerer Holzvorrat unterstellt) und Täler (höherer Holzvorrat unterstellt), so kann es dazu kommen, dass bei einer systematischen Auswahl ein großer Teil der Flächen entweder regelmäßig auf den Hügeln oder in den Tälern zu liegen kommt. Hierdurch kann es zu einer deutlichen Abweichung des Stichprobenergebnisses vom wahren Wert des Holzvorrates kommen.

Zufällige Auswahl der Lage der Probeflächen

Die Fehlerrechnung im Rahmen der Stichprobentheorie basiert auf der Annahme, dass die Stichprobeneinheiten (z. B. die Probeflächen) nach dem Zufallsverfahren ausgewählt werden. Durch eine zufällige Auswahl erhält man unverzerrte Mittel-

und Fehlerwerte, unabhängig von der Beschaffenheit der Grundgesamtheit. Ein Nachteil der Zufallsauswahl kann in einer möglicherweise ungleichmäßigen Abdeckung des Inventurgebietes liegen. Es werden deshalb – im Vergleich zu systematisch operierenden Verfahren – in der Regel etwas mehr Stichprobeneinheiten zur Erreichung einer bestimmten Genauigkeit benötigt. Vorteilhaft ist eine zufällige Auswahl insbesondere dann, wenn das zu erhebende Merkmal geklumpt oder in bestimmten Mustern vorliegt (siehe oben).

Eine einfache Möglichkeit der zufälligen Auswahl der Lage der Probeflächen besteht darin, die Inventurfläche auf einer Karte mit einem engmaschigen Gitter zu überdecken, wobei die Kreuzungspunkte mit Nummern versehen sind. Die Ermittlung der Mittelpunkte der Probeflächen erfolgt sodann im Losverfahren.

Zufällige Auswahl der Lage der Probeflächen in Blöcken

Um eine einigermaßen gleichmäßige Abdeckung des Inventurgebietes mit Probeflächen sicherzustellen, kann in bestimmten Fällen eine beschränkt zufällige Auswahl der Probeflächen sinnvoll sein. Hierzu wird das Inventurgebiet (der Bestand) in gleich große Blöcke unterteilt. Innerhalb der Blöcke erfolgt dann eine Zufallsauswahl nach dem in Abschnitt „Zufällige Auswahl der Lage der Probeflächen“ beschriebenen Verfahren.

Zufällige Auswahl der Lage der Probeflächen in Straten

Die sogenannte Stratifizierung des Inventurgebietes stellt eine gute Möglichkeit dar, die Genauigkeit einer Stichprobenerhebung bei gleichbleibender Stichprobenanzahl zu erhöhen. Hierbei werden anhand von bekannten Merkmalen des Waldgebietes (z. B. Nutzungsarten einer älteren Forsteinrichtung) oder mit Hilfe von Luftbildern in sich möglichst homogene Waldflächen voneinander abgegrenzt (Straten). Innerhalb dieser Straten werden die Probeflächen nach dem Zufallsverfahren verteilt. Je größer die Homogenität innerhalb der Straten ist, umso größer ist der „Genauigkeitsgewinn“.

Bei permanenten Inventuren kann die Stratenbildung ein Problem sein, da die Stratengrenzen unter Umständen im Zeitverlauf nicht konstant bleiben.

3.2 Auswahl der Probebäume auf den Probeflächen

Nachdem die Probeflächen im Gelände festgelegt sind, muss entschieden werden, wie die aufzunehmenden Bäume ausgewählt werden. Die wichtigsten in Frage kommenden Verfahren werden im Folgenden kurz beschrieben.

Konzentrische Probekreise

Konzentrische Probekreise sind leicht im Gelände zu installieren. Das Verfahren birgt – im Vergleich zur Winkelzählprobe – weniger Fehlerquellen und der Schulungsaufwand für das Inventurpersonal ist vergleichsweise gering. Konzentrische Kreise haben ferner den Vorteil, dass eine relativ konstante Zahl an Probebäumen aufgenommen wird, unabhängig von der Bestandesdichte.

Die Probebäume werden in Abhängigkeit vom Durchmesser (gestaffelte Kluppschwellen) in konzentrischen Kreisen aufgenommen. Mit zunehmender Kreisgröße steigt die Kluppschwelle. Kluppschwellen und Kreisgrößen können frei gewählt werden und damit auf die Verhältnisse des Einzelbetriebs abgestimmt werden. Meistens kommen drei Kreise, zuzüglich eines kleinen Kreises für die Verjüngungsaufnahme, zum Einsatz. Der Radius der Kreise wird in der Regel so bemessen, dass pro Aufnahmepunkt im Mittel ca. 15 Bäume aufgenommen werden.

Tabelle 1 gibt ein Beispiel für eine mögliche Staffelung der Probekreisradien. In Kreis (1) werden alle Bäume gemessen, deren Brusthöhendurchmesser (BHD) über der Kluppschwelle (hierin Zentimeter) liegt. In der Schale, die Kreis (2) um Kreis (1) bildet, werden nur Bäume mit einem BHD ab elf Zentimeter aufgenommen. Analog werden in der noch verbleibenden Schale, die Kreis (3) um Kreis (2) bildet, nur Bäume mit einem BHD von über 29 Zentimeter erfasst.

Tabelle 1: Mögliche Staffelung konzentrischer Probekreise

Kreis	BHD (bzw. Höhe) der Probebäume	Kreisgröße (m ²)	Radius (m)	Repräsentierte Stammzahl pro ha
(0)	Verjüngung über 0,2 m Höhe bis 1 cm BHD	7,07	1,5	ca. 1414
(1)	1 bis 10 cm BHD	31,25	3,15	320
(2)	11 bis 29 cm BHD	125	6,31	80
(3)	über 29 cm BHD	500	12,62	20

Aufgrund der verschiedenen Kreisgrößen repräsentiert jeder Probebaum eine unterschiedliche Stammzahl pro Hektar (vgl. Tabelle 1). Da die Bäume mit einem BHD von mehr als 29 Zentimeter BHD innerhalb des größten Kreises erfasst werden, haben diese die größte Auswahlwahrscheinlichkeit. Mit Hilfe der konzentrischen Kreise versucht man also, die selteneren starken Stämme mit einer größeren Auswahlwahrscheinlichkeit zu erfassen als die häufigeren, schwachen Stämme, die in großen Dichten auftreten.

Winkelzählprobe

Aufgrund der großen Effizienz eignet sie die Winkelzählprobe nach Bitterlich (WZP) sehr gut für den Einsatz im Rahmen forstlicher Inventuren. Allerdings sollte die WZP nur von gut geschultem Personal durchgeführt werden, da mehrere Fehlermöglichkeiten existieren.

Das Vorgehen

Die Funktionsweise der Winkelzählprobe kann man sich anschaulich mit Hilfe von so genannten individuellen **Grenzkreisen** vorstellen, die um jeden als Probebaum in Frage kommenden Stamm herum gezogen werden. Die Größe der Grenzkreise ist direkt proportional zur Grundfläche der Probebäume. Sie wird so bemessen, dass das Verhältnis aus der Baumgrundfläche zur Grenzkreisfläche mit 10.000 multipliziert den **Zählfaktor** (ZF) ergibt. Der Zählfaktor ist somit die Grundfläche, die der ausgewählte Baum pro Hektar repräsentiert.

$$(1) \quad ZF = \frac{\text{Baumgrundfläche}}{\text{Fläche des Grenzkreises}} \cdot 10000 = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot BHD^2}{R^2 \cdot \pi}$$

Ein Baum wird aber nur dann als Probebaum gewertet, wenn sein Grenzkreis den Probeflächenmittelpunkt einschließt. Dies ist dann der Fall, wenn die **Grenz-*fernung*** des Probebaumes größer ist als die tatsächliche Distanz des Baumes zum Probeflächenmittelpunkt. Bei der Messung der tatsächlichen Distanz des Baumes zum Probeflächenmittelpunkt ist die Hälfte des BHD des Baumes zu berücksichtigen. Die Grenzentfernung hängt vom BHD des Baumes und dem Zählerfaktor ab. Gemäß Beziehung (1) gilt für die Grenzentfernung (R):

$$(2) \quad R = \frac{BHD}{2 \cdot \sqrt{ZF}}$$

Für einen 40 cm starken Stamm ergibt sich somit bei einem Zählerfaktor von 4 folgende Grenzentfernung:

$$(3) \quad R_{40cm} = \frac{40}{2 \cdot \sqrt{4}} = 10 \text{ Meter}$$

Die Grenzentfernung ist nur in Ausnahmefällen direkt zu messen. Eine optische Ermittlung der Probebäume, die in die WZP fallen, kann mit dem **Spiegelrelaskop** erfolgen. Der Taxator visiert zur Auswahl der Probebäume vom Mittelpunkt der Probefläche aus jeden umliegenden Baum in 1,3 Meter Höhe mit dem Spiegelrelaskop an. Dabei vergleicht er die Breite jedes Baumes mit der gewählten Zählbreite im Spiegelrelaskop. Die Ablesemarken für die verschiedenen Zählbreiten sind auf S. 172 der „Hilfstafeln für die Forsteinrichtung“ (Bayerisches Staatsministerium für Ernährung, Landwirtschaft und Forsten 1990) dargestellt. Die Stückzahlen aller Bäume, die breiter als die Zählbreite erscheinen, werden nach Baumarten getrennt erfasst. Auch verdeckte Bäume müssen erfasst werden. Bei Bäumen, die genauso breit wie die Zählbreite erscheinen (Grenzbäume), ist der tatsächliche Abstand des Baumes zum Probeflächenmittelpunkt zu messen und mit der Grenzentfernung zu vergleichen. Eine pragmatische Alternative zur Messung der Baumdistanz besteht darin, die Grenzbäume als ½ zu zählen. Die repräsentierte Grundfläche pro Hektar ergibt sich unmittelbar durch Multiplikation der gezählten Bäume mit dem Zählerfaktor.

Der Zählerfaktor sollte so gewählt werden, dass pro WZP etwa *zehn Bäume* erfasst werden. Vor Beginn der Aufnahme sollte mittels der Ertragstafeln die Grundfläche des Bestandes geschätzt werden. Bei einer geschätzten Grundfläche von 40 Quadratmeter/Hektar sollte der Zählerfaktor 4, bei einer Grundfläche von 20 Quadratmeter/Hektar der Zählerfaktor 2 verwendet werden.

Beispiel für die Auswertung einer Winkelzählprobe

Die Anzahl der WZP pro Bestand sollte sich an der gewünschten Genauigkeit orientieren (vgl. Kapitel 3.3). Die Kalkulation der Genauigkeit soll anhand eines Beispiels veranschaulicht werden (vgl. hierzu Tabelle 2): Innerhalb eines Bestandes wurden fünf Aufstellungen mit Zählerfaktor 4 durchgeführt. Für jede Aufstellung wurde die Anzahl der Probestämme nach Baumarten getrenntfestgehalten. Je nach Anzahl der erfassten Probestämme ergeben sich durch Multiplikation mit dem Zählerfaktor für die einzelnen Aufstellungen Grundflächen zwischen 36 und 48 Quadratmeter/Hektar.

Tabelle 2: Anzahl der im Rahmen einer Stichprobe mit dem Spiegelrelaskop erfassten Bäume und Auswertung der Ergebnisse

Aufstellung:	A1	A2	A3	A4	A5	Anzahl (A1–A5)	Durch. Anzahl	Grundfläche (Anzahl x 4)
Fichte	4	5	4	3	4	20	4	16
Buche	4	1	5	2	3	15	3	12
Lärche	2	3	3	4	2	14	2,8	11,2
Anzahl	10	9	12	9	9			
Grundfläche (Anzahl x 4)	40	36	48	36	36			
Mittlere Grundfläche:	39,2	Standardabweichung:	5,22	Standardfehler:	2,33	Standardfehler (%):	5,9	

Gemäß der Formel aus dem Abschnitt „Fehlerkalkulation bei einmaligen Aufnahmen“ (vgl. Beispiel dort) ergibt sich eine Standardabweichung von 5,22 bei einer mittleren Grundfläche von 39,2 Quadratmeter/Hektar. Der Standardfehler be-

trägt ohne Endlichkeitskorrektur 2,33 oder 5,9 % bezogen auf die mittlere Grundfläche von 39,2 Quadratmeter/Hektar. Diese Aufnahme würde also einer Genauigkeitsanforderung von 10 %, nicht aber von 5 % genügen. Im zweiten Fall wären weitere Aufstellungen erforderlich.

Mit Hilfe der pro Baumart ermittelten Grundflächen und der Ertragstafeln lassen sich auch die **Flächenanteile der Baumarten** ermitteln. Die gemessenen Grundflächen werden dazu durch die entsprechenden Grundflächen der Ertragstafel geteilt. Hierdurch ergibt sich für jede Baumart die – gemessen an der Ertragstafel – vollbestockte Fläche, deren Summe der Bestockungsgrad ist. Die Anteile der vollbestockten Flächen am Bestockungsgrad ergeben die Baumartenanteile (Tabelle 3).

Tabelle 3: Berechnung von Baumartenanteilen basierend auf gemessenen Grundflächen. Verwendete Ertragstafeln: Fichte - Wiedemann, mäßige Durchforstung; Lärche - Schober

	Alter	Bonität	Grundfläche gemessen	Grundfläche Ertragstafel	Fläche vollbestockt	Baumartenanteil (%)
Fichte	80	I,0	16	46,7	0,343	31,4
Buche	90	I,5	12	31,7	0,379	34,7
Lärche	70	I,0	11,2	30,4	0,368	33,8
				Bestockungs- grad:	1,090	100,0

Werden im Rahmen der Winkelzählprobe auch die Durchmesser der aufgenommenen Bäume gemessen, lässt sich ermitteln, wie viele Stämme pro ha jeder Probebaum repräsentiert:

$$(4) \quad n_{\text{Probebaum}} / \text{ha} = \frac{ZF}{g_{\text{Probebaum}}}$$

Ein 40 Zentimeter starker Stamm mit einer Grundfläche von ca. 0,1257 Quadratmeter repräsentiert bei einem Zählfaktor von 4 beispielsweise rund 32 Stämme proHektar.

Durch Berücksichtigung der Durchmesser der Probebäume kann die Stammzahlverteilung für Durchmesserklassen ermittelt werden (vgl. Beispiel in Tabelle 4 sowie Abbildung 1).

Tabelle 4: Durchmesser der im Rahmen der Winkelzählproben erfassten Bäume

	A1	BHD	A2	BHD	A3	BHD	A4	BHD	A5	BHD
Fichte	4	31,21,22,15	5	22,40,31,10,15	4	11,34,33,38	3	36,40,21	4	12,9,38,41
Buche	4	23,10,11,30	1	23	5	12,15,26,33,11	2	22,37	3	22,41,7
Lärche	2	40,35	3	19,33,26	3	23,36,42	4	11,15,12,36	2	34,15

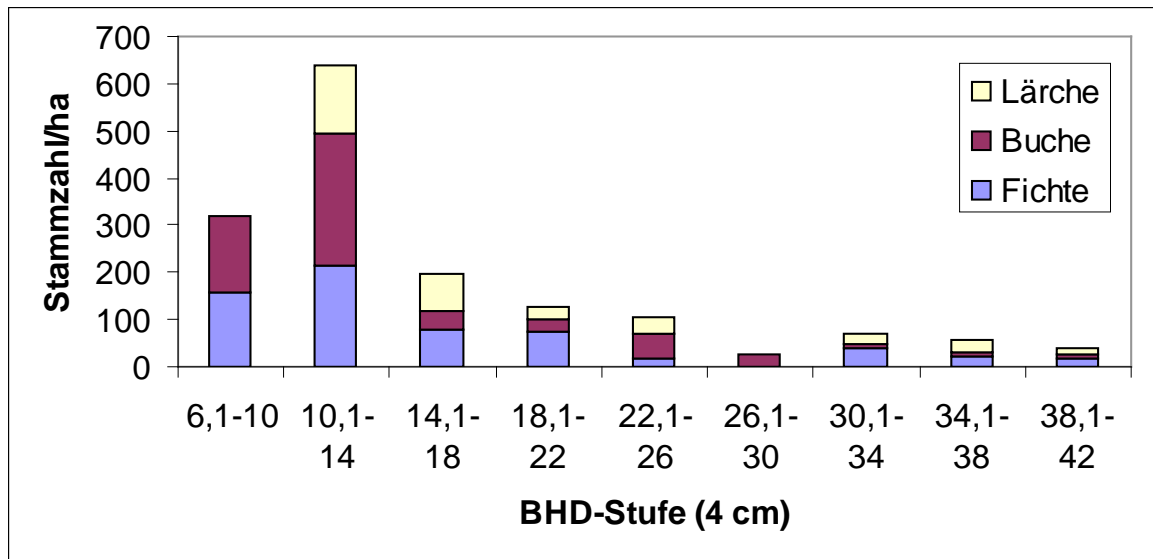


Abbildung 1: Stammzahlverteilung auf Durchmesserklassen ermittelt anhand von Daten aus Winkelzählproben

N-Baumstichprobe

Das bekannteste Verfahren der N-Baumstichproben ist die Sechsbäumstichprobe nach Prodan. Dabei werden die sechs dem Stichprobenmittelpunkt nächstgelegenen Bäume aufgenommen. Der Flächenbezug ergibt sich aus der Distanz des vom Stichprobenmittelpunkt am weitesten entfernten Baumes (= Radius des Probekreises). Im Rahmen der Auswertung darf der Durchmesser des am weitesten entfernt stehenden Baumes nur halb gewertet werden.

Die Grundfläche pro Hektar ergibt sich nach folgender Formel (Messung von sechs Bäumen):

$$(5) \quad G / ha = \frac{2500}{n} \cdot \sum_{i=1}^6 \left[\frac{1}{R_{6ter}^2} \cdot \left(BHD_{1ter}^2 + BHD_{2ter}^2 + \dots + \frac{BHD_{6ter}^2}{2} \right) \right]$$

Bei mehr als sechs Bäumen wird es in der Regel schwierig zu entscheiden, welcher der am weitesten entfernte ist. Die Anzahl der zu erhebenden Bäume pro Stichprobenfläche sollte deshalb aus Gründen der Praktikabilität begrenzt werden. Durch die relativ geringe Anzahl der Probebäume wird eine hohe Varianz zwischen den Probeflächen bedingt, so dass die N-Baumstichproben für Vorratserhebungen eher ungeeignet sind.

3.3 Fehlerkalkulation

Mittels der Fehlerkalkulation kann beurteilt werden, wie verlässlich Stichprobenerhebungen sind. Hierbei interessiert, wie stark der gemessene Mittelwert bei einer mehrfachen Wiederholung der Inventur schwanken würde. Da es nicht zielführend ist, Inventuren mehrfach zu wiederholen, um die mögliche Schwankungsbreite der Ergebnisse abzuschätzen, wird anhand eines Vergleichs der Streuung der Stichprobenergebnisse innerhalb einer Inventurerhebung (mittlere Abweichung der Einzelwerte der Stichprobenflächen vom Mittelwert) mit der Anzahl der aufgenommenen Flächen die mögliche Variation des Mittelwertes abgeschätzt. Es werden zwei Arten von Fehlern unterschieden: Durch Stichprobenerhebungen, die einen meist nur recht kleinen Teil der Grundgesamtheit erfassen, entsteht ein so genannter Repräsentationsfehler (Stichprobenfehler). Darüber hinaus kann es auch zu so genannten „Nicht-Stichprobenfehlern“, z. B. durch falsche Messtechnik oder Ableseungenauigkeit, kommen. Diese Fehler sollten soweit wie möglich abgestellt werden.

Fehlerkalkulation bei einmaligen Aufnahmen

Die *Varianz* (also die mittlere quadratische Abweichung der Einzelwerte von dem Mittelwert) der Stichprobenmittelwerte ist direkt proportional zur Anzahl der erhobenen Stichproben. Sie lässt sich folgendermaßen ermitteln:

$$(6) \quad s_x^2 = \frac{s_x^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)$$

Wichtiger als die Varianz ist der so genannte **Standardfehler**. Der Standardfehler der Stichprobenerhebung (umfasst Repräsentationsfehler plus „Nicht-Stichprobenfehler“) kann folgendermaßen kalkuliert werden:

$$(7) \quad s_x = \frac{s_x}{\sqrt{n}} \cdot \left[\sqrt{1 - \frac{n}{N}} \right]$$

$$(8) \quad s_x = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$$

Formel (7) kalkuliert den Standardfehler als die mögliche Standardabweichung der Mittelwerte für den Fall, dass ein großer Teil der Grundgesamtheit aufgenommen wird (Flächenaufnahmeprozente $\geq 10\%$). Es wird davon ausgegangen, dass eine Fläche nur einmal aufgenommen wird (Stichprobe ohne zurücklegen). Damit wird eine „Endlichkeitskorrektur“ (Teil der Formel in eckigen Klammern) erforderlich. N ist die maximal mögliche Anzahl der Stichprobenflächen und n/N bezeichnet damit das Flächenaufnahmeprozent (n ist die Anzahl der tatsächlich aufgenommenen Flächen). Im Allgemeinen ist jedoch Formel (8) ausreichend. Die Formel zur Kalkulation der **Standardabweichung** lautet:

$$(9) \quad s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

In Tabelle 5 wird die Berechnung von Varianz, Standardabweichung und Standardfehler anhand eines Beispiels veranschaulicht.

Tabelle 5: Beispiel zur Kalkulation des Standardfehlers.

Aufstellung (i)	Grundfläche (x_i)	Abweichung vom Mittelwert ($x_i - \bar{x}$)	quadrierte Abweichung ($(x_i - \bar{x})^2$)
1	40	0,8	0,64
2	36	-3,2	10,24
3	48	8,8	77,44
4	36	-3,2	10,24
5	36	-3,2	10,24
Summe quadrierte Abweichungen:			108,8
Mittelwert:	39,2 m²/ha	0	Varianz: 27,2
Standardabweichung:			± 5,22
Standardfehler:			± 2,33
Standardfehler in Prozent:			± 5,9 %

Grundsätzlich wird also mit Formel (8) die Streuung der Einzelwerte s_x mit der Anzahl der aufgenommenen Flächen n in Beziehung gesetzt, um die mögliche Streuung des Mittelwertes $s_{\bar{x}}$ abzuschätzen. Die Beziehung ist jedoch nicht proportional. **Für eine Verdoppelung der Präzision ist die vierfache Menge an Stichproben erforderlich.** Es ist üblich, den Standardfehler auf den Mittelwert zu beziehen und in Prozent auszudrücken. Der absolute Standardfehler des Beispiels in Höhe von 2,33 entspricht einem prozentualen Standardfehler von 5,9 %.

Für alle Stichprobenverfahren bietet es sich an, sequenziell vorzugehen, d. h. die Anzahl der aufgenommenen Probeflächen fortlaufend zu erhöhen, bis die gewünschte Genauigkeit (z. B. 10 %) erreicht ist.

Der Standardfehler kann auch zur Kalkulation von **Vertrauensbereichen** für die entsprechenden Schätzwerte verwendet werden. Hierzu kommen die folgenden Formeln zur Anwendung:

$$(10) \quad \begin{aligned} \bar{x}_{\max} &= \bar{x} + t \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}} \\ \bar{x}_{\min} &= \bar{x} - t \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$

Zur Kalkulation der oberen Vertrauensgrenze wird der mit einem t-Wert multiplizierte Standardfehler zum geschätzten Mittelwert addiert. Zur Berechnung der unteren Vertrauensgrenze wird dieser Term abgezogen. Mit Hilfe des t-Wertes kann gesteuert werden, welche Irrtumswahrscheinlichkeit akzeptiert wird. Üblicherweise wird für forstliche Anwendungen ein t-Wert von 2 verwendet, der für Stichprobengrößen ab $n=30$ eine ganz gute Näherung darstellt und einer Irrtumswahrscheinlichkeit von ca. 0,05 entspricht. Die Verwendung eines t-Wertes von 2 führt damit zu einem so genannten 95 %-Vertrauensbereich.

Für das obige Beispiel würden sich damit die folgenden 95 %-Vertrauensgrenzen ergeben, wobei hier aufgrund der sehr geringen Stichprobenanzahl ein höherer t-Wert verwendet werden muss ($t=2,78$):

$$(11) \quad \begin{aligned} \bar{x}_{\max} &= 39,2 + 2,78 \cdot \frac{5,22}{\sqrt{5}} = 45,7 \\ \bar{x}_{\min} &= 39,2 - 2,78 \cdot \frac{5,22}{\sqrt{5}} = 32,5 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{Vertrauensintervall kann} \\ \text{pretiert werden: Bei sehr} \end{array}$$

Ein 95 %-folgendermaßen inter-
häufiger Wiederholung der Inventur kann in 95 % der Fälle davon ausgegangen werden, dass die Vertrauensgrenzen den wahren aber unbekanntem Wert einschließen. Nur in 5 % der Fälle wäre dies nicht der Fall.

Fehlerkalkulation bei Wiederholungsaufnahmen

Im Rahmen von Wiederholungsaufnahmen ist es möglich, zeitliche Veränderungen wichtiger Parameter zu ermitteln. So ist beispielsweise die Kalkulation der Vorratsveränderung von großem Interesse, um exakte Aussagen zum Zuwachs und somit zur Nachhaltigkeit treffen zu können. Zur Kalkulation der Fehler der Veränderung sind die Fehler der beiden Inventurerhebungen (Erst- x und Wiederholungsinventur y) zu kombinieren. Sofern eine Unabhängigkeit der Erhebungen vorliegt (z. B. bei temporären Betriebsinventuren), können die Varianzen der Mittelwerte beider Erhebungen addiert werden.

$$(12) \quad s_{x,y}^2 = s_x^2 + s_y^2$$

Der Standardfehler der Veränderung ergibt sich somit aus der Wurzel der Fehlerquadrate:

$$(13) \quad s_{x,y} = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$$

Im Falle von Inventuren mit permanent markierten Flächen muss folgende Formel (14) zur Fehlerkalkulation zur Anwendung kommen, da keine Unabhängigkeit der Erhebungen vorliegt:

$$(14) \quad s_{x,y} = \sqrt{s_x^2 + s_y^2 - 2 \cdot r \cdot s_x \cdot s_y}$$

Der Fehler der Veränderung reduziert sich proportional zum Korrelationskoeffizienten der beiden Erhebungen. War z. B. der Vorrat auf einer Probefläche im Rahmen der Erstinventur (x) hoch, ist anzunehmen, dass er auch bei der Wiederholungsinventur (y) wieder hoch ist. Dies gilt nur dann nicht, wenn viele der Bestände mit hohen Vorräten geerntet oder durch Schadereignisse beeinträchtigt wurden. In solchen Fällen verliert die permanente Inventur ihre Effizienz.

Je höher die Abhängigkeit der Vorratswerte beider Inventuren ist, desto präziser ist die Abschätzung der Veränderung möglich. Die Abhängigkeit der erhobenen Werte wird durch den Korrelationskoeffizienten r , der zwischen -1 und $+1$ variieren kann, gemessen.

Der Unterschied zwischen beiden Vorgehensweisen der Fehlerkalkulation soll im Folgenden anhand eines Zahlenbeispiels mit Inventurergebnissen aus dem Universitätswald in Landshut erläutert werden.

Für den Universitätswald Landshut wurde durch einen Vorratsvergleich eine Vorratsaufstockung innerhalb von zwölf Jahren in Höhe von 72 Erntefestmeter/Hektar gemessen (entspricht ca. sechs Erntefestmeter/Hektar/Jahr). Der Vorrat der Erstinventur wurde mit einem Standardfehler von ± 10 Erntefestmeter/Hektar erhoben, der der Wiederholungsaufnahme lag bei ± 9 Erntefestmeter/Hektar. Unter der Annahme unabhängiger Probeflächen, also mit einer Neuanlage von Flächen

im Rahmen der Wiederholungsinventur (wie es bei temporären Inventuren üblich ist), ergibt sich nach Formel (13) für die Vorratsveränderung folgender Standardfehler:

$$(15) \quad s_{\bar{x}, \bar{y}} = \sqrt{10^2 + 9^2} = 13,5$$

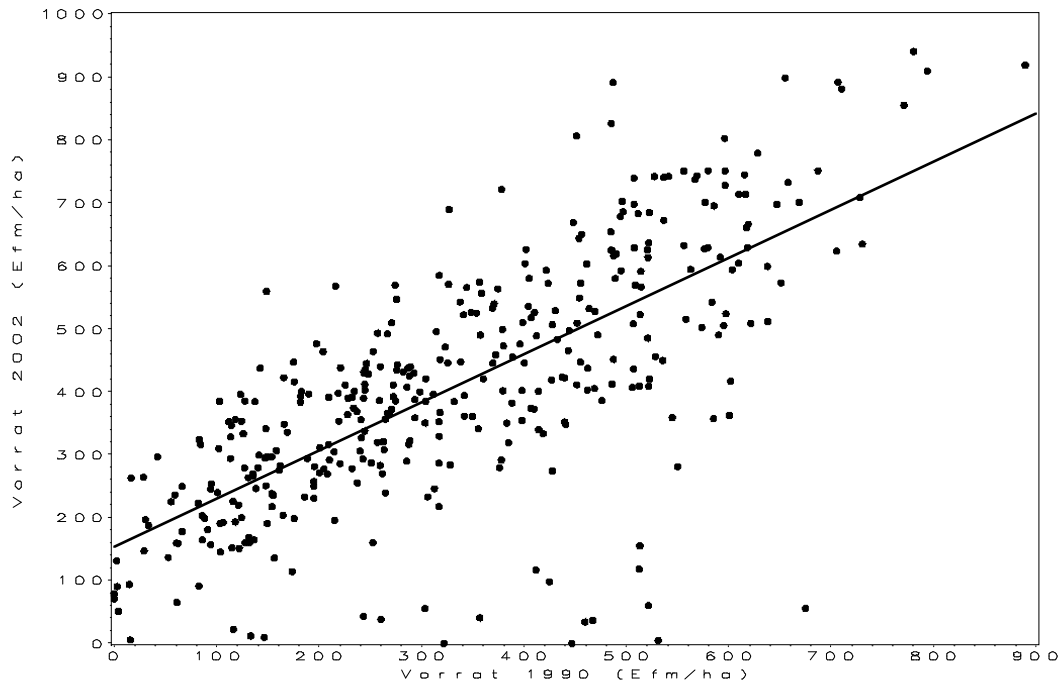
Bezogen auf die gemessene Vorratsveränderung entspricht dies etwa 19 %. Die 95 %-Vertrauensgrenzen der Vorratsveränderung liegen bei 45 bzw. 99 Erntefestmeter/Hektar.

Tatsächlich wurden die Erhebungen zu beiden Inventurzeitpunkten auf identischen, markierten Probeflächen durchgeführt. Ein Vergleich beider Inventuren offenbart einen relativ engen Zusammenhang der jeweils ermittelten Vorratswerte (Abbildung 2). Der Korrelationskoeffizient zwischen den beiden Inventuraufnahmen beträgt 0,72. Damit reduziert sich der Fehler der Vorratsveränderung erheblich. Für die permanent eingerichtete Inventur ergibt sich gemäß Formel (14):

$$(16) \quad s_{\bar{x}, \bar{y}} = \sqrt{10^2 + 9^2 - 2 \cdot 0,72 \cdot 10 \cdot 9} = 7,2$$

Mit einem relativen Standardfehler von 10 % hat sich der Fehler der Vorratsveränderung durch die Verwendung identischer Probeflächen somit fast halbiert (vorher ergaben sich 19 %). Als 95 %-Vertrauensgrenzen der Vorratsveränderung ergeben sich jetzt 58 bzw. 86 Erntefestmeter/Hektar.

Abbildung 2: Beziehung zwischen den 2002 und den 1990 erhobenen Holzvorräten auf den 379 wiederholt aufgenommenen Probeflächen im Universitätswald Landshut



4. Literatur

- Bayerisches Staatsministerium für Ernährung, Landwirtschaft und Forsten (1990): Hilfstafeln für die Forsteinrichtung – Zusammengestellt für den Gebrauch in der Bayerischen Staatsforstverwaltung
- Kangas, A. und Maltamo, M. (2006): Forest Inventory. Managing Forest Ecosystems Nr. 10. Dordrecht: Springer
- Zöhler, H. (1980): Forstinventur. Pareys Studentexte 26. Hamburg und Berlin: Parey